DOI:10. 19651/j. cnki. emt. 2415847

# 基于超拉普拉斯正则化的冲击波超压层析重建\*

宋一娇<sup>1,3</sup> 孔慧华<sup>1,3</sup> 李 剑<sup>2,3</sup> 齐子文<sup>1,3</sup> 张 然<sup>1,3</sup>

(1. 中北大学数学学院太原 030051; 2. 中北大学信息与通信工程学院太原 030051;
 3. 中北大学信息探测与处理山西省重点实验室太原 030051)

摘 要:超压层析成像是利用传感器采集到的冲击波信号来反演测试区域的超压分布,是典型的不完全数据重建问题,为了提高求解精度,本文提出了一种基于高斯牛顿迭代联合超拉普拉斯正则化的冲击波超压层析重建方法。由于 实际采集到的冲击波信号通常与干扰信号混叠在一起,会影响超压值的测量精度,本文首先采用改进的小波阈值算法 对冲击波信号进行去噪处理;其次利用超拉普拉斯先验对图像边缘和二维层析模型进行正则约束;然后采用高斯牛顿 迭代算法和交替方向乘子算法,解决大型病态稀疏矩阵的求解问题。实际实验结果表明本文的正则化方法与传统的 全变分正则化和广义全变分正则化相比,重建精度可保持在15%左右,在实际场景中具有一定的应用价值。 关键词:层析成像;小波阈值;全变分正则化;广义全变分正则化;超拉普拉斯正则化;超压场重建

中图分类号: TN911.73 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.40

# Shock wave overpressure tomography reconstruction based on super-Laplace regularization

Song Yijiao<sup>1,3</sup> Kong Huihua<sup>1,3</sup> Li Jian<sup>2,3</sup> Qi Ziwen<sup>1,3</sup> Zhang Ran<sup>1,3</sup>

(1. School of Mathematics, North University of China, Taiyuan 030051, China;

2. School of Information and Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China;

3. Shanxi Key Laboratory of Information Detection and Processing, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: Overpressure tomography is a typical incomplete data reconstruction problem, which uses the shock wave signal collected by the sensor to invert the overpressure distribution in the test area. In order to improve the solution accuracy, a shock wave overpressure tomography reconstruction method based on Gauss-Newton iterative combined superlaplace regularization is proposed in this paper. Because the collected shock wave signal is usually aliased with the interference signal, which will affect the measurement accuracy of the overpressure value, this paper firstly adopts the improved wavelet threshold algorithm to denoise the shock wave signal. Secondly, the image edges and the two-dimensional chromatographic model are constrained by the superlaplace prior. Then Gauss-Newton iterative algorithm and alternating direction multiplier algorithm are used to solve the problem of large ill-conditioned sparse matrix. The experimental results show that compared with the traditional total variational regularization and total generalized variational regularization, the reconstruction accuracy of the proposed method can be maintained at about 15%, which has certain application value in practical scenarios.

**Keywords**: tomography; wavelet threshold; total variational regularization; total generalized variational regularization; hyperlaplacian regularization; overpressure field reconstruction

# 0 引 言

近年来,随着国际形势的变化和高科技的发展,各国纷纷加强军事防御和武器装备的研究与开发,这也催生了许 多高效的新型武器系统,比如云爆弹,温压弹等。爆炸冲击 波超压峰值是评价其毁伤威力的主要参数之一<sup>[1]</sup>。为了准确评估武器的性能和威力,需要计算时空场的超压峰值,但 在实际测试中获取的数据是有限的。因此,需要找到有效 的冲击波超压峰值重建方法,以全面了解冲击波场的信息。 目前,重建冲击波超压场的方法主要有3种方法,分别

收稿日期:2024-04-15

<sup>\*</sup> 基金项目:国家自然科学基金(62271453)项目资助

是数值模拟法、插值拟合法、层析成像法。

对于数值模拟法,闫秋实等<sup>[2]</sup>基于有限元分析软件构 建了水下爆炸三维自由场计算模型,进而分析了网格尺寸 以及水域大小对其精度的影响;张云峰等<sup>[3]</sup>通过一维精细 数值模拟和经验公式,建立了描述空气爆炸冲击波参数与 比例距离关系的模型,并证明了该模型在计算冲击波载荷 方面具有快速和准确的优势;姚成宝等<sup>[4]</sup>通过研制三角形 网格自适应技术和精确求解数值通量,进行了有关爆炸与 冲击波相关问题的数值模拟和可视化研究。数值模拟法可 以帮助研究者们很好的理解爆炸的动态过程,但模型的建 立和分析过程较为复杂,模型的准确性可能难以直接验证, 需要依赖其他方法来验证模拟结果的可靠性,且计算成本 较大。

对于插值拟合法,杨志等<sup>[5]</sup>在有限测点的基础上结合 B样条曲面拟合算法进行冲击波场重建,将重建后的冲击 波超压峰值等值面进行了可视化效果展示;赵化彬等<sup>[6]</sup>在 B样条插值算法的基础下,进行蛛网式插值,该方法具有良 好的稳定性和可行性。插值拟合法通过填补缺失数据集从 而提高重建精度,但在重建冲击波场时可能需要进行大量 的数据处理和计算,需要选择合适的插值方法和参数,如果 选择不当可能影响重建结果的准确性和稳定性。

对于层析成像方法,针对在爆炸实验中数据获取较少的问题,白苗苗等<sup>[7]</sup>分析了反演算法在速度和精度方面的 结果,采用最大期望算法(expectation maximization algorithm, EM)进行了重建;吕中杰等<sup>[8]</sup>将动爆超压函数 和遗传算法进行结合得到了一种可用于有效分析和重建爆 炸超压场的方法。郭亚丽等<sup>[9]</sup>针对测点较少的布设方式给 出了一种广义逆计算方法,但在近场区的重建精度较低。 闫昕蕾等<sup>[10]</sup>为了进一步提高冲击波超压场的重建精度,将 字典学习和全变分正则化进行结合,成功将压缩感知理论 运用到超压场重建方面。层析成像的方法因为高分辨率和 重建速度快而被广泛应用于反演重建,但由于测量数据有 限,需要结合适当的正则化方法,获得稀疏数据下稳定准确 的冲击波场重建结果。

针对以上问题,为了在不完备数据条件下提高重建精度,本文将采用高斯牛顿迭代联合超拉普拉斯正则化 (gauss newton-hyper laplacian, GN-HL)进行反演重建。 首先对传感器采集到的信号进行改进的小波阈值降噪处 理,利用处理好的数据建立二维走时层析成像模型,并对模 型进行超拉普拉斯正则化约束,通过高斯牛顿迭代算法和 交替方向乘子算法(alternate direction method of multipliers, ADMM)求解病态矩阵,对结果进行二维可视 化展示。最后将 GN-HL 的重建结果与高斯牛顿迭代联合 全变分正则化算法(gauss newton-total variation, GN-TV)、高斯牛顿迭代联合广义全变分正则化算法(gauss newton-total generalized variation, GN-TGV)的重建结果 进行比较,并分别与部分实测点数据相比,结果表明本文方 法重建精度有所提高,为解决冲击波场重建问题提供了一 种新方法。

# 1 冲击波超压场层析重建原理

冲击波峰值超压场重建是利用冲击波到达各个传感器的时间和路径长度,求出冲击波的慢度,进而推导出冲击波 速度场的分布情况,并最终将速度分布转换为冲击波超压 分布。

已知慢度 *S*(*x*,*y*) 与速度 *V*(*x*,*y*) 之间存在以下 关系:

$$S(x,y) = \frac{1}{V(x,y)} \tag{1}$$

超压峰值与速度的关系为:

$$P_m(x,y) = \frac{7P_0}{6} \left( \frac{V(x,y)^2}{c_0^2} - 1 \right)$$
(2)

其中,  $P_m(x,y)$  是 (x,y) 位置处的超压峰值,  $P_0$  是 未扰动的大气压力, V(x,y) 是位置 (x,y) 处的波速,  $C_0$ 是声速,  $C_0 = 20.1 \sqrt{T_0} (T_0$  是空气初始温度)。

在空中爆炸试验条件下,其走时可以用速度和几何路 径的函数表示为:

$$t = \int_{L} \frac{1}{v} dr = \int_{L} s dr$$
(3)

式中: *t* 是走时, *v* 是波速, *s* 是慢度,即速度的倒数, *L* 是 射线路径, *dr* 是距离增量。如果将测试区域均等的划分为 若干个单元网格,将式(3)进行离散化,则第 *i* 条射线可表 示为:

$$t_{i} = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} s_{j},$$
  

$$i = 1, 2, \cdots, I, j = 1, 2, \cdots, J$$
(4)

式中: t<sub>i</sub> 是第 i 条射线的走时; s<sub>j</sub> 是第 j 个网格的慢度; a<sub>ij</sub> 是第 i 条射线穿过第 j 个网格内的距离长度; I 是总射线 数; J 是划分的总网格个数。离散化模型示意图如图 1 所示。



(5)

第 47 卷

式(4)的矩阵形式:

$$4S = T$$

式中: T 是走时矩阵; S 是慢度矩阵; A 是射线穿过各个网格的距离矩阵。

# 2 改进的小波阈值去噪

在爆炸实测信号中,常伴有幅值极高的瞬时干扰信号。 这些干扰信号和冲击波超压信号混叠在一起,导致冲击波 超压信号难以准确识别,从而影响了冲击波超压的准确测 量。为了提取有效的冲击波超压信号,需要进行去噪处理。

小波阈值去噪是指先对信号进行小波变换,将其分解 为一系列小波系数。然后通过设定阈值,保留那些绝对值 较大的小波系数,这些系数包含了有效能量,而将绝对值较 小的小波系数视作噪声能量进行过滤<sup>[11-12]</sup>。

将接收到的含有噪声的超压信号 p(t) 分为有效信号  $p_0(t)$  和噪声信号  $p_1(t)$ :

$$p(t) = p_0(t) + p_1(t)$$
(6)

对 p(t) 进行离散小波变换,即:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(t)\phi_{j,k}(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} p_0(t)\phi_{j,k}(t)dt + \int_{-\infty}^{+\infty} p_1(t)\phi_{j,k}(t)dt$$
(7)

式中: $\phi_{j,k}(t)$ 是离散小波基函数, $j = 0, 1, 2, \dots, k \in \mathbb{Z}$ 。 式(7)可化简为:

$$f_{j,k} = a_{j,k} + d_{j,k}$$
(8)

其中,  $f_{j,k}$ 、 $a_{j,k}$ 、 $d_{j,k}$ 分别是p(t)、 $p_0(t)$ 、 $p_1(t)$ 的经过 小波变换后的各层小波系数;  $a_{j,k}$ 和 $d_{j,k}$ 是小波基函数。

选用改进的阈值函数对 f<sub>j,k</sub> 进行处理得:

$$f'_{j,k} = \begin{cases} \operatorname{sgn}(f_{j,k}) \left( \mid f_{j,k} \mid -(1-a)\varphi \right), & \mid f_{j,k} \mid \ge \varphi \\ 0, & \mid f_{j,k} \mid < \varphi \end{cases}$$

$$(9)$$

式中:  $f'_{j,k}$  是去噪后的小波系数;  $f_{j,k}$  是小波分解系数; a是改进阈值系数, 0 < a < 1;  $\varphi$  是阈值,  $\varphi = \sigma \sqrt{2 \ln N}$ ,  $\sigma$  是噪声方差, N 是信号长度。

通过分析真实信号和噪声信号的小波系数,选取适当 的阈值  $\varphi$ ,当小波系数小于  $\varphi$  时,说明主要是噪声信号产 生,将该系数置为零;当小波系数大于  $\varphi$  时,说明主要是有 效信号产生,将该系数进行计算保留。最后利用小波逆变 换得到去除噪声后的信号 p'(t)。改进的小波阈值去噪步 骤如图 2 所示。

# 3 基于超拉普拉斯正则化的二维走时模型的修正 算法

在反演重建过程中,需要对式(5)进行求解,但在实际 情况下,未知数的数量相对较大,而投影数据的数量相对较 少,导致方程组欠定,无法获得唯一解。高斯牛顿迭代修正 算法,可以通过迭代的方式逐步调整解向量,逼近方程组的 最优解<sup>[13]</sup>。与此同时,超拉普拉斯先验正则化方法可以引



图 2 改进的小波阈值去噪步骤

人正则化项,帮助约束解向量的特性,以获得更加稳定和可 靠的解<sup>[14-16]</sup>。所以本文将采用高斯牛顿迭代联合超拉普拉 斯正则化的方法,来求解这个大型稀疏矩阵方程组。通常 将重建问题变成一个目标函数最小化问题:

$$\min_{\boldsymbol{s}} \left\{ \frac{\mu}{2} \| \boldsymbol{A} \boldsymbol{S} - \boldsymbol{T} \|_{\frac{2}{2}}^{2} + \lambda \phi_{HL}(\boldsymbol{S}) \right\}$$
(10)

u:

$$S_{HL}(\boldsymbol{S}) = \sum_{i,j=1}^{n} \| (\nabla \boldsymbol{S})_{i,j} \|_{q}^{q}$$
(11)

 $\| (\nabla \boldsymbol{S})_{i,j} \|_{q}^{q} = | (\nabla_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{S})_{i,j} |^{q} + | (\nabla_{\boldsymbol{y}} \boldsymbol{S})_{i,j} |^{q}$ (12)  $| \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\Psi}, \| \cdot \|_{q} \stackrel{\text{def}}{=} \hat{\epsilon}_{q} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\delta \boldsymbol{\xi}_{q}}{\delta \boldsymbol{\xi}_{q}} (0 < q < 1). \quad \boldsymbol{A} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\delta \boldsymbol{\xi}_{q}}{\delta \boldsymbol{\xi}_{q}}$ 

阵; *S* 是重建矩阵; *T* 是投影数据。min $\frac{\mu}{2} || AS - T ||_{2}^{2}$ 是数据的保真项;  $\phi_{HL}(S)$ 是超拉普拉斯正则化;  $\lambda$  是正则化参数 ( $\lambda > 0$ )。

接下来求解目标函数(10),由于算法模型包含的矩阵 数据比较复杂,所以将采用 ADMM 算法,对式(10)引入新 变量 *u*,将它转换为:

$$\min \frac{\mu}{\boldsymbol{S}, \boldsymbol{u}} \| \boldsymbol{A} \boldsymbol{S} - \boldsymbol{T} \|_{2}^{2} + \lambda \phi_{HL}(\boldsymbol{u})$$
(13)
s. t.  $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{u}$ 
引人惩罚项  $\frac{1}{2} \| \boldsymbol{S} - \boldsymbol{u} \|_{2}^{2}$ , 得到以下的优化函数:
$$\min \frac{\mu}{\boldsymbol{S}, \boldsymbol{u}} \| \boldsymbol{A} \boldsymbol{S} - \boldsymbol{T} \|_{2}^{2} + \lambda \phi_{HL}(\boldsymbol{u}) + \frac{1}{2} \| \boldsymbol{S} - \boldsymbol{u} \|_{2}^{2}$$
(14)

上述优化函数可分解为 2 个子问题来分别更新 S 和

$$\min \frac{\mu}{2} \| \mathbf{AS} - \mathbf{T} \|_{2}^{2} + \frac{1}{2} \| \mathbf{S} - \mathbf{u}^{(k)} \|_{2}^{2}$$
(15)

$$\min\lambda\phi_{\mathrm{HL}}(\boldsymbol{u}) + \frac{1}{2} \|\boldsymbol{S}^{(k+1)} - \boldsymbol{u}\|_{2}^{2}$$
(16)

其中,式(15)采用高斯牛顿修正算法来更新S:

• 162 •

量  $x_1$ 和  $x_2$ ,拉格朗日乘子  $w_1$ 和  $w_2$ ,和惩罚参数  $\delta$ ,转化为 以下包含多个变量的增广拉格朗日函数来更新:

$$L(\mathbf{x}_{1}, \mathbf{x}_{2}, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{w}) = \frac{1}{2} \| \mathbf{S}^{(k+1)} - \boldsymbol{u} \|_{2}^{2} + \lambda \{ \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}_{1}) + \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}_{2}) \} + \boldsymbol{w}_{1}^{\mathsf{T}}(\nabla_{x}\boldsymbol{u} - \boldsymbol{x}_{1}) + \boldsymbol{w}_{2}^{\mathsf{T}}(\nabla_{y}\boldsymbol{u} - \boldsymbol{x}_{2}) + \frac{\delta}{2} \{ \| \nabla_{x}\boldsymbol{u} - \boldsymbol{x}_{1} \|_{2}^{2} + \| \nabla_{y}\boldsymbol{u} - \boldsymbol{x}_{2} \|_{2}^{2} \},$$
  
s. t.  $\mathbf{x}_{1} = \nabla_{x}\boldsymbol{u}, \mathbf{x}_{2} = \nabla_{y}\boldsymbol{u}.$  (18)

步骤 1)更新 x<sub>1</sub>和 x<sub>2</sub>,根据式(18),x<sub>1</sub>和 x<sub>2</sub>的子问题 可以由式(19)和式(20)来更新:

$$\boldsymbol{x}_{1}^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{x}_{1}} \lambda \boldsymbol{\phi}_{\mathrm{HL}}(\boldsymbol{x}_{1}) + \frac{\delta}{2} \| \nabla_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{u}^{(k)} - \boldsymbol{x}_{1} + \frac{\boldsymbol{w}_{1}^{(k)}}{\delta} \|_{2}^{2}$$
(19)
$$\boldsymbol{x}_{2}^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{x}_{2}} \lambda \boldsymbol{\phi}_{\mathrm{HL}}(\boldsymbol{x}_{2}) + \frac{\delta}{2} \| \nabla_{\boldsymbol{y}} \boldsymbol{u}^{(k)} - \boldsymbol{x}_{2} + \frac{\boldsymbol{w}_{2}^{(k)}}{\delta} \|_{2}^{2}$$
(20)

步骤 2)更新拉格朗日乘子 
$$w_1 \ \pi w_2$$
, 公式为  
 $w_1^{(k+1)} = w_1^{(k)} + \delta(\nabla_x u^{(k+1)} - x_1^{(k+1)})$  (21)

$$\mathbf{w}_{2}^{(k+1)} = \mathbf{w}_{2}^{(k)} + \delta \left( \nabla_{y} \mathbf{u}^{(k+1)} - \mathbf{x}_{2}^{(k+1)} \right)$$
(22)

步骤 3)更新 u, u 的子问题的更新公式为

$$\boldsymbol{u}^{(k+1)} = \operatorname{argmin} \frac{1}{2} \| \boldsymbol{S}^{(k+1)} - \boldsymbol{u} \|_{2}^{2} + \frac{\delta}{2} \Big\{ \| \nabla_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{u} - \boldsymbol{x}_{1}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{w}_{1}^{(k)}}{\delta} \|_{2}^{2} + \| \nabla_{\boldsymbol{y}} \boldsymbol{u} - \boldsymbol{x}_{2}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{w}_{2}^{(k)}}{\delta} \|_{2}^{2} \Big\}$$
(23)

基于 GN-HL 算法的迭代步骤如表 1 所示。

#### 表1 基于 GN-HL 算法的迭代步骤

基于 GN-HL 算法的迭代步骤 初始化变量:  $S^{(0)} = u^{(0)} = 0, w_1^{(0)} = w_2^{(0)} = 0, x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = 0, k = 0, max loop = 100;$ 选择参数:  $\mu, \lambda, \delta, q, k;$ 主程序迭代: k < max loop;利用式(17)来更新  $S^{(k+1)}$ ; 利用式(19)、(20)来更新  $x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)};$ 利用式(21)、(22)来更新拉格朗日乘子  $w_1^{(k+1)}, w_2^{(k+1)};$ 利用式(23)来更新  $u^{(k+1)}; k = k + 1;$ 结束迭代: k = max loop, 输出  $S_o$ 

# 4 实验验证与结果分析

# 4.1 实验目的与准备

为了验证本文所提出算法在工程上的实用性,提高冲 击波超压场的重建精度。在北方试验基地进行外场爆炸试 验,本次试验采用中北大学自研的冲击波超压测试仪进行 数据采集,设置采样系统采样率为1 Msps;采样位数为16 位。炸药 TNT 当量为20 kg,选取正方形边长为24 m 的 重建区域,并将测试区域划分为近场、中场和远场,爆炸试 验以四分之一区域展开,在重建区域内布设 31 个传感器 (即 31 个测点),试验中根据冲击波衰减规律和衰减速度不 同,对 3 个区域的网格采取不同的尺度进行划分,由于冲击 波超压值在近场区会快速衰减,所以在进行试验时在近场 区网格划分密集,传感器布设较为密集,随着距离逐渐加 大,衰减速度逐渐减缓,网格的划分尺度越大,传感器布设 越稀疏,具体的网格划分和传感器布点如图 3 所示,试验现 场用到的传感器如图 4 所示。





图 4 试验现场用到的传感器

#### 4.2 信号处理与参数提取

对冲击波测试系统采集到的信号采用改进的小波阈值 进行去噪,可以更准确地提取有效的冲击波超压信号用于 重建。图 5 为部分实测信号去噪前后对比,图 5(a)的第 1、 2、3 行分别是传感器 18、22、27 实测信号去噪前的图像, 图 5(b)的第 1、2、3 行分别是传感器 18、22、27 实测信号去 噪后的图像。

经过对试验实测数据进行处理,使用改进的长短时均

电子测量技术





图 5 部分节点实测信号的去噪前后对比(第1、2、3行分别是传感器 18、22、27)

值比到时提取方法(short-term to long-term average, STA/LTA)来提取冲击波的到时信息和超压峰值<sup>[17]</sup>,具体结果如表2所示。

在试验中,通过布设传感器可以得到它的位置坐标, 然后将射线穿过网格的路径长度通过二维离散化可以得 到射线的系数矩阵,表 2 提供了到达时间 T,将可获得的 有效数据作为重建的参数建立式(5)的模型。

# 4.3 实验结果与对比分析

由于测点数量有限,导致矩阵 A 是病态及稀疏的,因 此采用 GN-TV、GN-TGV 和 GN-HL 3 种算法分别进行 500 次迭代修正,在达到迭代次数时,迭代停止,结果如 图 6、7 所示。图 6 中(a)、(b)、(c)分别是 GN-TV、GN-TGV 和 GN-HL 迭代算法对慢度场进行重建的结果,图 7 中(d)、(e)、(f)分别是 GN-TV、GN-TGV 和 GN-HL 迭代 算法对超压场进行重建的结果。

通过观察图 6、7 的结果,可以发现 GN-TV 迭代算法 的效果并不理想,边缘不够平滑,内部细节存在许多棱角。 而 GN-TGV 迭代算法在边缘处理方面比 GN-TV 的上下 边缘光滑了一点,但内部细节依然存在很大的问题。而 GN-HL 迭代算法处理的边缘很平滑,整体效果比较美观。 与传统 TV 算法的重建结果相比,本文方法的重建结果能 够更好地处理边缘信息,减少重建过程中的伪影和噪声, 同时内部细节也得到了显著改善。表明本文方法提升了 数据的有效性,改善了稀疏条件下的重建质量。

为评价3种算法的重建精度,本文采用相对误差和均 方根误差。相对误差用于评估速度模型和初始模型在各 网格之间的实际重建效果,而均方根误差用于评估整体区 域内重建结果与初始模型的偏离程度。数值越小表示重

| 表 2 实测冲击波特征参数 |         |          |     |         |          |  |  |  |  |  |  |
|---------------|---------|----------|-----|---------|----------|--|--|--|--|--|--|
| 测点            | 峰值/     | 到时       | 测点  | 峰值/     | 到时       |  |  |  |  |  |  |
|               | MPa     | 信息/s     |     | MPa     | 信息/s     |  |  |  |  |  |  |
| #1            | 1.473 7 | 0.001 74 | #2  | 0.585 6 | 0.003 81 |  |  |  |  |  |  |
| #3            | 0.571 8 | 0.003 89 | #4  | 0.345 2 | 0.005 16 |  |  |  |  |  |  |
| #5            | 0.502 4 | 0.004 34 | #6  | 0.345 1 | 0.004 78 |  |  |  |  |  |  |
| #7            | 0.374 5 | 0.005 25 | #8  | 0.173 4 | 0.008 46 |  |  |  |  |  |  |
| #9            | 0.152 1 | 0.007 79 | #10 | 0.100 9 | 0.011 93 |  |  |  |  |  |  |
| #11           | 0.125 1 | 0.009 13 | #12 | 0.213 6 | 0.006 31 |  |  |  |  |  |  |
| #13           | 0.172 2 | 0.006 87 | #14 | 0.132 6 | 0.010 24 |  |  |  |  |  |  |
| #15           | 0.113 9 | 0.010 98 | #16 | 0.065 8 | 0.013 90 |  |  |  |  |  |  |
| #17           | 0.078 3 | 0.018 09 | #18 | 0.056 7 | 0.014 47 |  |  |  |  |  |  |
| #19           | 0.058 3 | 0.020 48 | #20 | 0.033 4 | 0.024 12 |  |  |  |  |  |  |
| #21           | 0.032 4 | 0.021 26 | #22 | 0.032 1 | 0.021 60 |  |  |  |  |  |  |
| #23           | 0.048 1 | 0.023 39 | #24 | 0.081 9 | 0.022 95 |  |  |  |  |  |  |
| #25           | 0.038 0 | 0.021 46 | #26 | 0.038 2 | 0.021 32 |  |  |  |  |  |  |
| #27           | 0.029 2 | 0.025 64 | #28 | 0.034 7 | 0.028 84 |  |  |  |  |  |  |
| #29           | 0.034 3 | 0.025 73 | #30 | 0.057 0 | 0.018 49 |  |  |  |  |  |  |
| #31           | 0.052 6 | 0.019 60 |     |         |          |  |  |  |  |  |  |

建结果越接近真实情况。本文绘制了 GN-HL、GN-TGV、 GN-TV 重建结果的相对误差曲线如图 8 所示,重建的均 方根误差如图 9 所示。





图 7 3 种方法重建超压场结果

由图 8、9 可知,本文方法在区域重建方面表现更优, 整体重建误差小于其他两种方法。通过综合以上参数,进 一步证明了该方法的优越性。

电子测量技术



图 8 每个网格内慢度的相对误差

为进一步验证本文方法的实用性,选取部分测点作为 冲击波场重建的误差精度评价方式,误差精度分析如表 3 所示。

通过对表 3 中的对比结果进行分析,可以发现 GN-HL



方法的重建结果与实测超压峰值相比,整体上相对误差比 GN-TV和GN-TGV的要小些,保持在15%左右。综上所 述,从以上数据显示来看,GN-HL方法在冲击波场重建应 用中具有一定的优越性。

| 表3 重建误差精度分析器 |
|--------------|
|--------------|

| 测点   | 实测峰值/<br>MPa | GN-TV 重建<br>峰值/MPa | 相对误差 1/<br>% | GN-TGV 重建<br>峰值/MPa | 相对误差 2/<br>% | GN-HL 重建<br>峰值/MPa | 相对误差 3/<br>% |
|------|--------------|--------------------|--------------|---------------------|--------------|--------------------|--------------|
| #4   | 0.345 2      | 0.399 6            | 15.76        | 0.3907              | 13.18        | 0.388 2            | 12.46        |
| #10  | 0.100 9      | 0.096 2            | 4.66         | 0.096 5             | 4.36         | 0.097 2            | 3.67         |
| #17  | 0.078 3      | 0.065 5            | 16.35        | 0.065 3             | 16.60        | 0.066 6            | 14.94        |
| #21  | 0.032 4      | 0.036 9            | 13.89        | 0.035 8             | 10.50        | 0.035 4            | 9.26         |
| # 27 | 0.029 2      | 0.035 4            | 21.23        | 0.034 2             | 17.12        | 0.034 0            | 16.44        |

# 5 结 论

本文的主要目的是利用有限测试点的数据去重建冲 击波超压场,为评价武器性能和毁伤效力提供重要的参考 依据。由于超压层析成像是一个典型的不完全数据重建 问题,需要采用适当的正则化方法来解决。因此,本文提 出了一种高斯牛顿迭代联合超拉普拉斯正则化的方法,使 在不完全数据条件下的重建效果有了显著提高。实验使 用 GN-TV、GN-TGV 和 GN-HL 进行重建比较,结果显示 本文的正则化方法比其他两种方法在图像重建和去噪方 面表现更好,而且 GN-HL 方法的重建结果与实测超压峰 值相比,整体上相对误差比 GN-TV 和 GN-TGV 的要小 些。整体而言,在冲击波场重建应用中,GN-HL 方法具有 一定的优越性。

对于冲击波场重建问题,传感器的布设方式是重要影响因素之一,决定了病态矩阵的稀疏性,今后还需通过改善善传感器的布设方式提高数据的有效性。实验中迭代参数是通过多次实验进行最优选取,参数如何选取需要进一步研究,以此来提高算法的实用性。

# 参考文献

- [1] 饶国宁,周莉,宋述忠,等.云爆药剂爆炸超压测试及威 力评价[J].爆炸与冲击,2018,38(3):579-585.
- [2] 闫秋实,常松.水下爆炸三维数值模拟特征参量敏感性 分析 [J].北京工业大学学报,2023,49(10): 1099-1108.
- [3] 张云峰,陈博,魏欣,等.空气自由场爆炸冲击波数值建 模及应用[J].爆炸与冲击,2023,43(11):136-153.
- [4] 姚成宝,李若,田宙,等.空气自由场中强爆炸冲击波传播二维数值模拟[J].爆炸与冲击,2015,35(4): 585-590.
- [5] 杨志,张志杰,夏永乐.基于 B 样条插值拟合的冲击波 超压场重建[J].科学技术与工程,2016,16(7): 236-240.
- [6] 赵化彬,张志杰.基于非均匀有理 B 样条"蛛网"插值的冲击波压力场重建方法[J].科学技术与工程,2017, 17(18):258-264.
- [7] 白苗苗,郭亚丽,王黎明.基于 EM 算法的爆炸超压场 重建技术[J].弹箭与制导学报,2014,34(3):187-190.
- [8] 吕中杰,李浩阳,高晨宇,等.基于地面反射冲击波与遗

传算法的动爆超压场重建方法[J].安全与环境学报, 2022,22(4):1872-1878.

- [9] 郭亚丽,韩焱,王黎明.基于广义逆算法的冲击波超压 场重建方法[J].爆炸与冲击,2014,34(6):764-768.
- [10] 闫昕蕾,李剑,孔慧华,等.基于压缩感知的冲击波超压 场重建方法[J].电子测量技术,2022,45(2):84-90.
- [11] 齐善鲁,范宝德,张迪.改进小波阈值去噪算法在 GPR 数据处理中的应用[J].电子测量技术,2023,46(1): 17-24.
- [12] 侯云海,任钰.一种改进的小波阈值去噪算法[J].长春 工业大学学报,2023,44(4):345-352.
- [13] 刘云形,高琼,何宽,等.病态加权总体最小二乘模型的 高斯-牛顿迭代正则化解[J].测绘科学技术学报, 2020,37(3):239-245.
- [14] 齐子文,孔慧华,李佳欣,等.超拉普拉斯重叠组稀疏先 验的稀疏角度 CT 重建[J].光电工程,2023,50(10): 69-79.
- [15] XU S, ZHANG J, ZHANG C. Hyperspectral image denoising by low-rank models with hyper-Laplacian total variation prior [J]. Signal Processing, 2022, DOI:10.1016/J. SIGPRO. 2022. 108733.

- [16] JON K, LIU J, WANG X, et al. Weighted hyper-Laplacian prior with overlapping group sparsity for image restoration under cauchy noise[J]. Journal of Scientific Computing, 2021, 87(3):1-32.
- [17] 刘晓明,赵君杰,王运敏,等.基于改进的 STA/LTA 方 法的微地震 P 波自动拾取技术[J]. 东北大学学报(自 然科学版),2017,38(5):740-745.

#### 作者简介

**宋一娇**,硕士研究生,主要研究方向为信号处理与图像 重建。

E-mail: 3039805200@qq.com

**孔慧华**(通信作者),博士,教授,主要研究方向为图像处 理与图像重建、工程中的数学问题。

E-mail: huihuak@163.com

**李剑**,博士,教授,主要研究方向为多维信号获取系统开发、阵列化信号处理。

E-mail: lijian@nuc. edu. cn

**齐子文**,硕士研究生,主要研究方向为图像处理与重建。 E-mail: 554688281@qq.com

**张然**,硕士研究生,主要研究方向为图像处理与重建。 E-mail: 2779189605@qq.com